Zbiory ω-graniczne w dynamice cylindrycznej

Artur Siemaszko (wspólnie z Janem Kwiatkowskim)

Niech X będzie zwartą przestrzenią metryczną a $T : X \longrightarrow X$ dowolnym minimalnym homeomorfizmem X. Najczęściej zakłada się, że X jest zwartą grupą monotetyczną, a T obrotem na X. Niech $f : X \longrightarrow \mathbb{R}$ będzie dowolną funkcją ciągłą (zwaną *kocyklem*). *Przekształceniem cylindrycznym* nazywamy homeomorfizm $T_f : X \times \mathbb{R} \longrightarrow X \times \mathbb{R}$ dany wzorem

$$T_f(x,r) = (Tx, f(x) + r).$$

H. Poincaré postawił następujące zagadnienie: jakie rodzaje orbit mogą koegzystować w tak określonej dynamice ([5]). Wiadomo, że zachodzi następująca trychotomia: 1. albo f mam niezerową całkę względem miary Haara (równoważnie, wszystkie orbity są dyskretne), albo 2. f jest kobrzegiem (równoważnie, domknięcie każdej orbity jest minimalnym zbiorem topologicznie sprzężonym z (X,T)), albo 3. T_f jest topologicznie tranzytywny (posiada gęstą orbitę) ([2], [4]). Zatem jedynym „ciekawym” przypadkiem jest 3. Ponieważ przekształcenie cylindryczne nie może być minimalne ([1]), musi posiadać niegęste orbity przy założeniu topologicznej tranzytywności.

W [3] przedstawiono metodę konstrukcji kilku klas topologicznie tranzytywnych przekształceń cylindrycznych z „dużymi” zbiorami orbit dyskretnych. Używając tej metody pokażemy jak konstruować topologicznie tranzytywne przekształcenia posiadające orbity o bardzo skomplikowanej strukturze. Mianowicie zbiory ω-graniczne pewnych punktów (dokładnie zidentyfikowanych) są sumami (przeliczanymi lub nie) lokalnie zwartych zbiorów doskonałych.

I. Siemaszko, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, ul. Oczapowskiego 2, 10-719 Olsztyn

Adres e-mail: `artur@uwm.edu.pl`

Literatura

[1] A.S. Besicovitch, *A problem on topological transformations of the plane. II*, Proc. Cambridge Philos. Soc. **47**, (1951), 38-45.

[2] W.H. Gottschalk, G.A. Hedlund, *Topological Dynamics*, AMS Colloquium Publications, **36** (1955).

[3] J. Kwiatkowski, A. Siemaszko, *Discrete orbits in topologically transitive cylindrical transformations*. Discrete Contin. Dyn. Syst. **27** (2010), no. 3, 945–961.

[4] M. Lemańczyk, M.K. Mentzen, *Topological ergodicity of real cocycles over minimal rotations*, Monatsh. Math., **134** (2002), 227-246.

[5] H. Poincaré, *Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle*, 1882.