Ciągi Dolda i ich zastosowania

Małgorzata Lebiedź

Ciąg liczb całkowitych $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ jest ciągiem Dolda, jeśli spełnia następujące kongruencje: $\sum_{k|n} \mu(k) a_{\frac{n}{k}} \equiv 0 (\mathrm{mod}\, n)$ dla $n \geq 1$, gdzie $\mu : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ jest funkcją Möbiusa, daną wzorem

$$\mu(n) = \begin{cases} 1, \text{ gdy } n = 1; \\ (-1)^k, \text{ gdy } n = p_1 p_2 \cdots p_k \text{ dla różnych liczb pierwszych } p_i; \\ 0 \text{ w pozostałych przypadkach.} \end{cases}$$

Ciągi Dolda znajdują się we wzajemnie jednoznacznej odpowiedniości z tzw. ciągami generującymi. Niech $\{a_n\}$ będzie ciągiem Dolda, $\{c_n\}$ ciągiem liczb całkowitych generującym ciąg $\{a_n\}$. Wtedy dla $n \geq 1$ zachodzi

$$a_n = c_1 a_{n-1} + \cdots + c_{n-1} a_1 + n c_n; c_n = \frac{a_n - (c_1 a_{n-1} + \cdots + c_{n-1} a_1)}{n}.$$

Z drugiej strony $a_n = \sum_{m|n} m b_m$ dla $n \geq 1$, gdzie ciąg $\{b_n\}$ jest zadany wzorem $b_n = \frac{1}{n} \sum_{m|n} \mu(m) a_{\frac{n}{m}}$, $n \geq 1$.

Przeanalizowane zostaną zależności między ciągiami $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ i $\{c_n\}$.

[1], [2].

M. Lebiedź, Uniwersytet Gdański Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki ul. Wita Stwosza 57 80-308 Gdańsk

Adres e-mail: `malgosilla@gmail.com`

Literatura

[1] Du B.-S., *Newton, fermat, and exactly realizable sequences*, Journal of Integer Sequences **8** (2005).

[2] Li M.-C. Du B.-S., Huang S.-S., *Generalized fermat, double fermat and newton sequences*, Journal of Number Theory (2003), no. 98, 172–183.