Funkcyjne przestrzenie Orlicza z równoważną, łatwo wyliczalną quasi-normą

Radosław Kaczmarek

Wskażemy klasę funkcji Orlicza Φ generującą funkcyjne przestrzenie Orlicza $L^{\Phi}(\Omega, \Sigma, \mu)$, w której łatwo wyliczalna quasi-norma definiowana wzorem: $[f]_{\Phi,p} := \|f\|_E \left\{ I_{\Phi}\left(\frac{f}{\|f\|_E}\right)\right\}^{1/p}$, gdy $f \neq 0$ i $[f]_{\Phi,p} = 0$, gdy $f = 0$, jest równoważna klasycznym normom w $L^{\Phi}(\Omega, \Sigma, \mu)$. W tym celu użyjemy odpowiedniego warunku Δ_2, dolnych i górnych indeksów Simonenki $p_S(\Phi)$ i $q_S(\Phi)$ dla generującej funkcji Φ, liczb $p \in [1, p_S(\Phi)]$ spełniających warunek: $q_S(\Phi) - p \leq 1$, gdzie $p_S(\Phi) := p_S^a(\Phi)$, $q_S(\Phi) := q_S^a(\Phi)$, gdy $\mu(\Omega) = \infty$ oraz $p_S(\Phi) := p_S^l(\Phi)$, $q_S(\Phi) := q_S^l(\Phi)$, gdy $\mu(\Omega) < \infty$ oraz włożeń przestrzeni $L^{\Phi}(\Omega, \Sigma, \mu)$ w odpowiednią, funkcyjną przestrzeń Köthego $E = E(\Omega, \Sigma, \mu)$ z łatwo wyliczalną normą. Gdy miara μ jest bezatomowa i skończona, jako E bierzemy przestrzenie Lebesgue'a $L^r(\Omega, \Sigma, \mu)$ z $r \in [1, p_S^l(\Phi)]$, natomiast gdy miara μ jest bezatomowa i nieskończona ale σ-skończona, jako E bierzemy wagowe przestrzenie Lebesgue'a $L^r_{\omega}(\Omega, \Sigma, \mu)$ z $r \in [1, p_S^a(\Phi)]$ i z odpowiednią funkcją wagową ω. Użyjemy również warunków zdefiniowanych już w monografii [1], mianowicie ∇_3, gdy $p_S^a(\Phi) = 1$ i warunku ∇^2, gdy $p_S^a(\Phi) > 1$, uzasadniając ich konieczność w większości rozważanych przypadków.

Na podstawie pracy:
P. Foralewski, H. Hudzik, R. Kaczmarek and M. Krbec, *"Normed Orlicz function spaces which can be quasi-renormed with easily calculable quasinorms"*, Banach J. Math. Anal. 11 (2017), no. 3, 636–660.

R. Kaczmarek, Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, Wydział Matematyki i Informatyki
Adres e-mail: `radekk@amu.edu.pl`

Literatura

[1] M.A. Krasnoselskiĭ and Ya.B. Rutickiĭ, *Convex Functions and Orlicz Spaces*, Groningen, Nordhoff, 1961 (English translation); Original Russian edition: Gos. Izd. Fiz. Mat. Lit., Moskva 1958.