

Uogólnienia pojęcia okresu i ich związki ze stabilnością

Karol Gryszka

W teorii jakościowej analizy układów dynamicznych wyróżniamy całą gamę pojęć, które w różnym zakresie uogólniają pojęcie orbity okresowej na przypadek dowolnej orbity. Początki takiej analizy sięgają czasów Birkhoffa i Bohra, którzy wprowadzili pojęcia orbity odpowiednio powracającej ([1]) i prawie okresowej ([2]). Późniejszy rozwój tematyki sprawił, że niezbędne okazało się inne podejście do tej tematyki. W szczególności wyodrębniono ważną klasę orbit o różnych typach zachowań asymptotycznych ([3]), które przenoszą zachowania orbit do zachowania orbit zbioru granicznego wyjściowej orbity. Jeszcze innych przykładów uogólnień dostarczają artykuły [4, 6, 7].

Z jednej strony w teorii układów dynamicznych ważny jest wzajemny związek między różnymi typami orbit, z drugiej zaś pragniemy również analizować szczególne przypadki, gdy dany układ dynamiczny wykazuje pewien rodzaj stabilności. Popularnym elementem, który łączy stabilność z okresowością jest stabilność w sensie Lapunova. Istotność stabilności widać w szczególności na przykładzie różnych pojęć nawiązujących do zachowań asymptotycznych ([3, 7]). Pelczar w swoich pracach poszedł o krok dalej, wprowadzając pojęcie orbity spełniającej warunek $P^+[\alpha, \gamma]$ oraz warunek $S^+[\tau]$, które przy doborze odpowiednich parametrów w definicji uogólniają odpowiednio pojęcia związane z okresowością oraz stabilność w sensie Lapunova ([8]). Takie podejście, choć bardzo ogólne, pozwala na wyciągnięcie pewnych własności dynamicznych oraz topologicznych układu.

Zasadniczym celem prezentacji jest przedstawienie wymienionych wyżej pojęć i ich związków ze stabilnością oraz wpływem stabilności na relacje między różnymi uogólnieniami okresowości. Referat oparty jest na artykule [5].

K.Gryszka, INSTYTUT MATEMATYKI, UNIWERSYTET PEDAGOGICZNY W KRAKOWIE, PODCHORAŻYCH 2, 30-084 KRAKÓW

Adres e-mail: gryszka@up.krakow.pl

Literatura

- [1] G. D. Birkhoff, *Dynamical systems*, Amer. Math. Soc. Colloquium Publications, vol. 9, 1927.

- [2] H. Bohr, *Zur theorie der fastperiodischen funktioner i, ii, iii*, Acta Math. **45**, **46**, **47** (1924, 1925, 1926), 29–127, 101–241, 237–281.
- [3] D. N. Cheban, *Asymptotically almost periodic solutions of differential equations*, Hindawi Publisher Corporation, Cairo, 2009.
- [4] K. Gryska, *Asymptotic period in dynamical systems in metric spaces*, Colloq. Math. **139** (2015), 245–257.
- [5] ———, *A brief panorama of period-like motions in dynamical systems*, Submitted to Discrete Contin. Dyn. Syst. (2017), 20 pp.
- [6] L. Keon-Hee, *Weak near periodicity in dynamical systems*, Nonlinear Anal., Theory, Methods and Appl. **15** (1990), 399–404.
- [7] A. Pelczar, *Asymptotically periodic motions*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. **33** (1985), 313–319.
- [8] ———, *Remarks on some generalizations of asymptotic periodicity in dynamical systems on metric spaces*, Ann. Polon. Math. **51** (1990), 259–268.