

Wielomianowe równania Pella $P(x)^2 - (x^{2m} + ax + b)Q(x)^2 = 1$ i krzywe hipereliptyczne.

Tomasz Jędrzejak

Tytułowe równania (z $a, b \in \mathbb{Q}$) są związane z jakobianami krzywych hipereliptycznych $C_{m,a,b} : y^2 = x^{2m} + ax + b$ określonych nad \mathbb{Q} . Dokładniej, te równania mają nietrywialne rozwiązanie wtedy i tylko wtedy, gdy klasa dywizora $\infty^+ - \infty^-$ jest punktem torsyjnym w jakobianie $Jac(C_{m,a,b})$, gdzie ∞^+ i ∞^- oznaczają dwa punkty w nieskończoności w $C_{m,a,b}$. Pokażemy, że jeśli $ab = 0$, to tytułowe równania mają nietrywialne rozwiązania (i jawnie je wskażemy). Z drugiej strony, udowodnimy, że dla dowolnego $m > 1$ istnieje nieskończenie wiele par (a, b) takich, że nasze równania nie posiadają nietrywialnych rozwiązań. Ponadto pokażemy, że w przypadku $m = 2, 3$ dla prawie wszystkich par (a, b) , gdzie $ab \neq 0$, te równania nie mają nietrywialnych rozwiązań. Także podamy nieskończenie wiele przykładów (a, b) , dla których nie istnieje nietrywialne rozwiązanie.

T. Jędrzejak, UNIWERSYTET SZCZECIŃSKI, INSTYTUT MATEMATYKI, WIELKOPOLSKA 15,
70-451 SZCZECIN

Adres e-mail: tjedrzejak@gmail.com