

Twierdzenia o istnieniu rozwiązań równań operatorowych w WC -algebrach Banacha i ich zastosowania

Józef Banaś

Celem referatu jest przedstawienie pewnych twierdzeń o istnieniu rozwiązań równań operatorowych postaci

$$x = AxBx + Cx . \quad (1)$$

W rozważaniach będziemy zakładać, że X jest tzw. WC -algebrą Banacha, tzn. X jest algebrą Banacha taką, że iloczyn (w sensie iloczynu w algebrze X) każdego dwóch zbiorów słabo zwartych jest zbiorem słabo zwartym w X .

Zakładamy dalej, że $A, C : X \rightarrow X$ są operatorami spełniającymi warunek (H_2) (tzn. obraz dowolnego ciągu słabo zwartego poprzez każdy z tych operatorów zawiera podciąg słabo zbieżny) oraz są operatorami D -lipschitzowskimi, tj. spełniają uogólniony warunek Lipschitza z pewnymi funkcjami. Ponadto, operator A jest regularny na X (tzn. Ax jest odwracalny dla każdego $x \in X$), natomiast operator B odwzorowuje zbiór niepusty, ograniczony, domknięty i wypukły S sposób ciągły w X oraz obraz BS jest relatywnie słabo zwarty. Dodatkowo zakładamy, że spełniony jest warunek typu Krasnosielskiego, tzn. dla każdego $y \in S$ ma miejsce implikacja

$$x = AxBy + Cx \Rightarrow x \in S .$$

Przy powyższych założeniach oraz pewnych założeniach technicznych dowodzi się, że równanie (1) ma rozwiązanie w zbiorze S .

Powyższe twierdzenie jest głównym rezultatem omawianym w referacie.

Dla ilustracji podanego wyżej rezultatu omówimy twierdzenie o istnieniu rozwiązań nieskończonego układu nieliniowych równań całkowych postaci

$$x_n(t) = c_n(x_n(t)) + a_n(x_n(t)) \int_0^1 b(t, s) f_n(s, x_n(s), x_{n+1}(s), \dots) ds ,$$

gdzie $n = 1, 2, \dots$, $t \in [0, 1]$.

Wyniki, które będą omówione w referacie, pochodzą z pracy [1].

Józef Banaś
KATEDRA ANALIZY NIELINIOWEJ
POLITECHNIKA RZESZOWSKA IM. I. ŁUKASIEWICZA
AL. POWSTAŃCÓW WARSZAWY 8
35-959 RZESZÓW
POLSKA
Adres e-mail: jbanas@prz.edu.pl

Literatura

- [1] J. Banaś, B. Krichen, and B. Mefteh, *New fixed point theorems in WC-Banach algebras*, (w przygotowaniu).