O problemie Auerbacha–Mazura–Ulama

Bartłomiej Zawalski

Banach postawił następującą hipotezę: jeśli B jest n-wymiarową przestrzenią Banacha, której wszystkie podprzestrzenie ustalonego wymiaru $1 < k < n$ są wzajemnie izometryczne, to wówczas B jest przestrzenią Hilberta. W przypadku rzeczywistym hipoteza ta została udowodniona przez Auerbacha, Mazura i Ulama [2] dla $n = 3$. Następnie Gromov [3] uogólnił to rozumowanie, rozwiązując problem dla nieparzystych n. W każdym z tych dowodów kluczowym argumentem było jednak twierdzenie o niezaczesywalności sfery, dlatego nie można ich rozszerzyć na przypadki parzystych n, które wciąż pozostają otwarte.

Podczas referatu przedstawiony zostanie zupełnie nowy schemat dowodu hipotezy Banacha dla $n = 3$. Choć pytanie dotyczy analizy funkcjonalnej, będzie on łączył w sobie elementy geometrii różniczkowej, algebry, topologii i równań cząstkowych. Istotną część będą stanowiły także wyniki obliczeń symbolicznych przeprowadzonych w programie *Mathematica* w oparciu o pracę [1]. Co ważne, wykorzystywane metody nie będą zależały w istotny sposób od wymiaru, co daje nadzieję na uogólnienie rozumowania przynajmniej na pierwszy nierozwiązany jeszcze przypadek $n = 4$.

B. Zawalski, Instytut Matematyczny PAN
Adres e-mail: `bartekz450@gmail.com`

Literatura

[1] Cesar Alonso, Jaime Gutierrez, and Tomas Recio, *A rational function decomposition algorithm by near-separated polynomials*, Journal of Symbolic Computation **19** (1995), no. 6, 527 – 544.

[2] H. Auerbach, S. Mazur, and S. Ulam, *Sur une propriété caractéristique de l'ellipsoïde*, Monatshefte für Mathematik und Physik **42** (1935), no. 1, 45–48.

[3] M. L. Gromov, *A geometrical conjecture of Banach*, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. **31** (1967), no. 5, 1105–1114.