Niehiperboliczne iterowane układy funkcyjne

Krzysztof Leśniak

Hiperboliczny iterowany układ funkcyjny $\mathcal{F} = (X; f_i : i \in I)$ to rodzina kontrakcji (Banacha, Browdera lub jeszcze innego typu) $f_i : X \to X$ działających na przestrzeni metrycznej zupełnej X. Dzięki kontraktywności $\mathcal{F}$ ma atraktor A. Ponadto możemy adresować punkty na atraktorze za pomocą tzw. odwzorowania kodującego $\pi : I^\infty \to A$, $\{\pi(i_1 i_2 ...)\} = \bigcap_{n=1}^{\infty} f_{i_1} \circ f_{i_2} ... \circ f_{i_n}(A)$. Istnienie π pozwala na wyciągnięcie kilku fundamentalnych wniosków: (i) atraktor A można odtworzyć za pomocą iteracji losowych oraz iteracji dyzjunktywnych† (probabilistyczna i deterministyczna gra chaosu); (ii) jeśli A jest spójny, to jest też lokalnie spójny (twierdzenie Haty), a w konsekwencji łukowo i lokalnie łukowo spójny; (iii) wyznaczanie wymiaru A. Powstaje pytanie: co można powiedzieć o niehiperbolicznych układach funkcyjnych, gdy odwzorowanie kodujące nie istnieje?

† Nieskończony ciąg nad alfabetem I nazywamy dyzjunktywnym, gdy zawiera wszystkie słowa skończone nad I. Jest to forma algorytmicznej losowości, znacznie słabsza niż np. normalność Borela. Niezdegenerowany (niekoniecznie jednorodny byle nie za szybko gasnący) proces Bernoulliego na I generuje ciągi dyzjunktywne prawie na pewno.

K. Leśniak, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, Wydział Matematyki i Informatyki

Adres e-mail: `much@mat.umk.pl`