

Geometria i arytmetyka schematu Hilberta punktów

Joachim Jelisiejew

Schemat Hilberta jest interesującą, lecz słabo poznaną przestrzenią moduli. Z definicji, parametryzuje on algebry skończenie wymiarowe, czyli przestrzenie wektorowe z mnożeniem. Teoretycznie daje to elementarny opis tego schematu. W praktyce otwarte są następujące pytania:

1. Czy schemat Hilberta punktów jest zredukowany? A może spełnia on prawo Murphy’ego ([6]), czyli ma (prawie) dowolne osobliwości?
2. Czy istnieją składowe schematu Hilberta, które leżą całkowicie w charakterystyce p ? Dla jakich p ?
3. Czy wszystkie składowe schematu Hilberta są wymierne?

Schemat Hilberta, dzięki „elementarnej” definicji można efektywnie badać wychodząc z różnych punktów widzenia: kombinatoryki ([5, Chapter 18]), obliczeń symbolicznych [1], algebry przemiennej i homologicznej [2], geometrii algebraicznej [3] czy metod charakterystyki dodatniej [4]. Na referacie przedyskutuję powyższe trzy pytania, ich motywację i możliwe drogi ataku, zwłaszcza w oparciu o geometrię.

J. Jelisiejew, WYDZIAŁ MATEMATYKI, INFORMATYKI I MECHANIKI, UNIWERSYTET WARSZAWSKI

Adres e-mail: `jjelisiejew@mimuw.edu.pl`

Literatura

- [1] Cristina Bertone, Paolo Lella, and Margherita Roggero, *A Borel open cover of the Hilbert scheme*, J. Symbolic Comput. **53** (2013), 119–135. MR 3027986
- [2] Gianfranco Casnati, Joachim Jelisiejew, and Roberto Notari, *Irreducibility of the Gorenstein loci of Hilbert schemes via ray families*, Algebra Number Theory **9** (2015), no. 7, 1525–1570. MR 3404648
- [3] Alexandru Dimca and Balázs Szendrői, *The Milnor fibre of the Pfaffian and the Hilbert scheme of four points on \mathbb{C}^3* , Math. Res. Lett. **16** (2009), no. 6, 1037–1055. MR 2576692

- [4] Shrawan Kumar and Jesper F. Thomsen, *Frobenius splitting of Hilbert schemes of points on surfaces*, Math. Ann. **319** (2001), no. 4, 797–808. MR 1825408
- [5] Ezra Miller and Bernd Sturmfels, *Combinatorial commutative algebra*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 227, Springer-Verlag, New York, 2005. MR 2110098
- [6] Ravi Vakil, *Murphy's law in algebraic geometry: badly-behaved deformation spaces*, Invent. Math. **164** (2006), no. 3, 569–590. MR 2227692 (2007a:14008)