Szczególne konfiguracje punktów w zespolonej przestrzeni rzutowej a ekstrema entropii pomiaru kwantowego

Anna Szymusiak

Jedną z charakterystycznych własności teorii kwantowej jest niedeterministyczny charakter pomiaru kwantowego. Zasadne zatem jest pytanie, dla jakich początkowych stanów kwantowych wyniki danego pomiaru będzie cechować najmniejsza (bądź największa) nieoznaczoność.

Z matematycznego punktu widzenia mamy tu do czynienia ze zbiorem $\mathcal{S}(d) := \{\rho \in \mathcal{L}(\mathbb{C}^d) | \rho \geq 0, \mathrm{tr}\rho = 1\}$, stanowiącym opis stanów (mieszanych), zbiorem jego punktów ekstremalnych $\mathcal{P}(d) := \{\rho \in \mathcal{L}(\mathbb{C}^d) | \rho \geq 0, \rho^2 = \rho, \mathrm{tr}\rho = 1\}$, utożsamianym z zespoloną przestrzenią rzutową $\mathbb{C}P^{d-1}$ a odpowiadającym stanom czystym oraz pewną miarą półspektralną o wartościach w przestrzeni nieujemnych operatorów liniowych na $\mathbb{C}^d$, opisującą ogólny pomiar kwantowy. W teorii informacji kwantowej bardziej istotny jest jednak przypadek skończony, toteż do opisu pomiaru wystarcza k-elementowy zbiór nieujemnych operatorów Π_j, t. że $\sum_{j=1}^{k} \Pi_j = \mathbb{I}_d$. Dla danego stanu początkowego ρ prawdopodobieństwo, że wynikiem pomiaru jest $j \in \{1, \ldots, k\}$, dane jest przez $\mathrm{tr}(\rho \Pi_j)$. Do mierzenia nieoznaczoności pomiaru możemy posłużyć się entropią Shannona rozkładu prawdopodobieństwa wyników pomiaru. A zatem stany, dla których entropia ta będzie minimalna można interpretować jako te o najmniejszej nieoznaczoności względem danego pomiaru. Ze względu na nieliniowość zagadnienia, szukanie ekstremów tak zdefiniowanej funkcji nie jest łatwe, a rozwiązania mogą być nieanalityczne. Okazuje się jednak, że nałożenie na pomiar pewnych warunków dotyczących np. symetrii może być tutaj pomocne, a uzyskane rozwiązania tworzą pewne szczególne konfiguracje w przestrzeni rzutowej. Główne narzędzia wykorzystywane w dowodach to interpolacja Hermite'a, teoria wielomianów niezmienniczych a także teoria Michela punktów krytycznych funkcji grupowo niezmienniczych.

Wykład na podstawie wyników opublikowanych w [1, 2, 3].

A. Szymusiak, Instytut Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, ul. prof. Stanisława Łojasiewicza 6, 30-348 Kraków

Adres e-mail: `anna.szymusiak@uj.edu.pl`

Literatura

[1] Wojciech Słomczyński and Anna Szymusiak, *Highly symmetric POVMs and their informational power*, Quant. Inf. Process. **15** (2016), 565–606.

[2] Anna Szymusiak, *Maximally informative ensembles for SIC-POVMs in dimension 3*, J. Phys. A: Math. Theor. **47** (2014), 445301.

[3] Anna Szymusiak and Wojciech Słomczyński, *Informational power of the Hoggar symmetric informationally complete positive operator-valued measure*, Phys. Rev. A **94** (2016), 012122.