

Komputerowo wspierane dowody w dynamice równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych

Piotr Zgliczyński

Opowiem o komputerowo wspieranych dowodach w dynamice. Omówię co to jest arytmetyka przedziałowa i jak może być ona użyta do skonstruowania ścisłych metod numerycznych dla równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych oraz komputerowo wspieranych dowodów dotyczących ich dynamiki.

Okazuje się, że podejście oparte na "brutalnej sile" zwykle nie działa dla trudnych problemów, potrzeba dobrych algorytmów numerycznych i dobrych twierdzeń matematycznych.

Jako konkretny przykład omówię komputerowo wspierany dowód istnienia dynamiki symbolicznej (chaotycznej) dla równania Kuramoto-Siwazynskiego (KS) na prostej dla $\nu = 0.1212$ (wspólna praca z Danielem Wilczakiem)

$$u_t = -\nu u_{xxxx} - u_{xx} + (u^2)_x, \quad \nu > 0, \quad (1)$$

gdzie $x \in \mathbb{R}$, $u(t, x) \in \mathbb{R}$ z okresowymi i nieparzystymi warunkami brzegowymi

$$u(t, x) = -u(t, -x), \quad u(t, x) = u(t, x + 2\pi). \quad (2)$$

Równanie KS jest dyspatywnym równaniem cząstkowym modelującym propagację frontu falowego w różnych kontekstach fizycznych.

UNIwersytet Jagielloński, Instytut Informatyki i Matematyki Komputerowej
Adres e-mail: umzglicz@cyf-kr.edu.pl